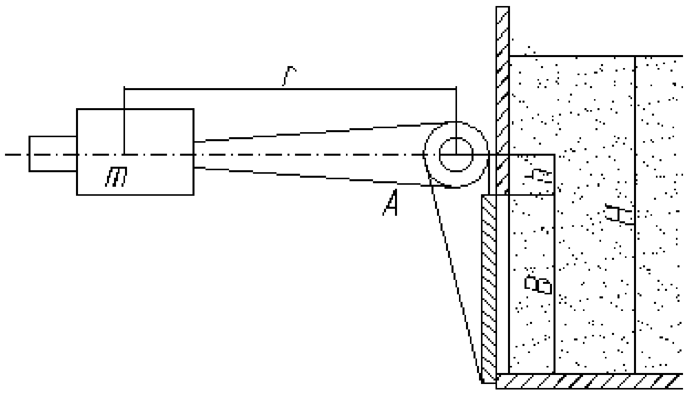
1. Задача 2.10

Условие:

Квадратное отверстие размером $B \times B = 1 \times 1$ *м* в вертикальной стенке резервуара закрыто плоским поворотным щитом, который прижимается к стенке под действием груза массой m, расположенного на плече $r = 1{,}5$ *м*.

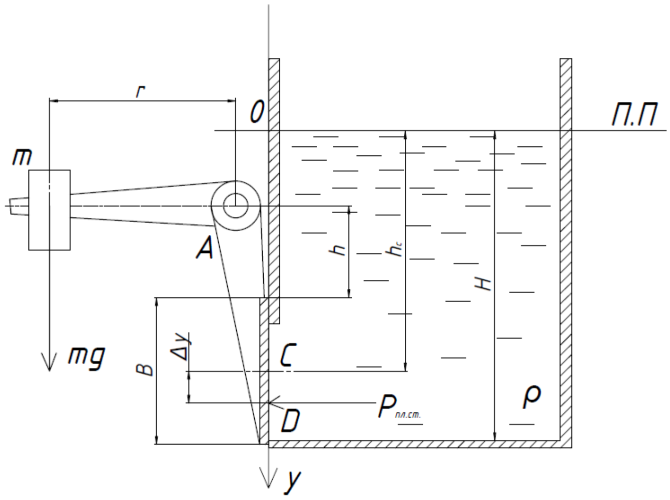
1. Найти минимальную массу груза m, достаточную для удержания воды в резервуаре на уровне $H = 2$ *м*, если расстояние от верхней кромки отверстия до оси вращения щита $h = 0{,}3$ *м*. Определить при этом реакцию R цапф А щита.

2. Определить, какой наименьший вакуум $p_в$ над водой в резервуаре будет удерживать щит без груза.



Решение:

1. Решаем задачу в избыточной системе ($p_{атм}$=0). «Вложим» ось y в стенку, отметим 0 на пересечении с П.П(пьезометрическая плоскость совпадает с поверхностью жидкости).



Тогда давление в центре тяжести щита:

$$p_c = \rho \cdot g \cdot h_c;$$

где $h_c = H - B/2$ – заглубление точки С,

$\rho = 1000 кг/м^3$ - плотность воды.

$$p_c = 1000 кг/м^3 \cdot 9{,}8 м/с^2 \cdot (2\ м — \frac{1\ м}{2}) = \quad = 14700\ Па$$

Сила давления на щит:

$P_{пл.ст.} = p_c \cdot A$; где $A = B \cdot B$ — площадь щита.

$$P_{пл.ст.} = 14700\ Па \cdot 1\ м \cdot 1\ м = 14700\ Н$$

Найдем смещение центра давления D относительно центра тяжести щита:

$\Delta y = \frac{Ic}{Yc \cdot A}$; где Y_c – ордината точки С (совпадает с h_c), $I_c = \frac{B^4}{12}$ - момент инерции квадратного сечения.

$$\Delta y = \frac{1\ м^4}{12 \cdot 1{,}5\ м \cdot 1\ м^2} \approx 0{,}0556\ м$$

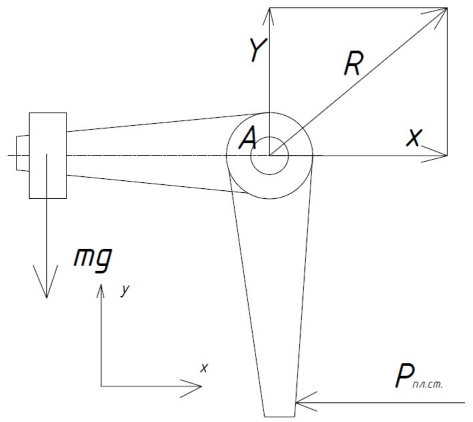
Так, зная величину и точку приложения $P_{пл.ст.}$, мы можем найти массу груза, исходя из того условия, что для равновесия щита необходимо, чтобы сумма моментов сил относительно точки А должна быть равна нулю:

$$m \cdot g \cdot r - P_{пл.ст.} \cdot (h + \frac{B}{2} + \Delta y) = 0 \Rightarrow$$

$$m = \frac{Pпл.ст. \cdot \left(h + \frac{B}{2} + \Delta y\right)}{g \cdot r} = \frac{14700\ Н \cdot (0{,}3\ м + 0{,}5\ м + 0{,}0556\ м)}{9{,}8\ м/с^2 \cdot 1{,}5\ м} \approx 856\ кг$$

Для определения реакции R цапф А воспользуемся методом РОЗУ.

Отбросим опору в точке А и заменим ее действие вертикальной Y и горизонтальной X составляющими реакции R. X и Y найдем из уравнений статики:



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow X - P_{пл.ст} = 0 \Rightarrow X = P_{пл.ст} =$$

$$= 14700\ Н$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Y - m \cdot g = 0 \Rightarrow Y = m \cdot g = 856\ кг \cdot 9{,}8\ м/с^2 = 8388{,}8\ Н$$

Полную реакцию R найдем с помощью теоремы Пифагора:

$$R = \sqrt{Y^2 + X^2} = \sqrt{((8388{,}8\ Н)^2 + (14700\ Н)^2)} \approx 16925\ Н \approx 16{,}9\ кН$$

2. Для определения наименьшего вакуума $p_в$ над уровнем воды, который необходим для удержания щита в равновесии без груза, будем исходить из того, что в этом случае $P_{пл.ст}$ должна проходить через центр тяжести щита, то есть $p_c = 0$. Такое возможно, если П.П проходит через точку С. Зная, что расстояние между поверхностью воды и П.П определяется формулой:

$L = \dfrac{V}{\rho \cdot g}$, где V – показание вакуумметра (искомый вакуум), можно найти $p_в$:

$$p_в = L \cdot \rho \cdot g = 1{,}5\ м \cdot 1000\ кг/м^3 \cdot 9{,}8\ м/с^2 = 14700\ Па = 14{,}7\ кПа.$$

Таким образом:

$m = 856\ кг;$

$R = 16{,}9\ кН;$

$p_в = 14{,}7\ кПа.$

За это решение спасибо Домбровской Злате ❤️